

绝密★启用前

2019年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题参考答案

一、选择题

1. C 2. C 3. B 4. B 5. D 6. C
7. D 8. B 9. A 10. D 11. A 12. B

二、填空题

13. $y=3x$ 14. $\frac{5}{8}$ 15. -4 16. $\sqrt{2}$

三、解答题

17. 解:

(1) 由调查数据, 男顾客中对该商场服务满意的比率为 $\frac{40}{50}=0.8$, 因此男顾客对该商场服务满意的概率的估计值为 0.8.

女顾客中对该商场服务满意的比率为 $\frac{30}{50}=0.6$, 因此女顾客对该商场服务满意的概率的估计值为 0.6.

(2) $k^2 = \frac{100 \times (40 \times 20 - 30 \times 10)^2}{50 \times 50 \times 70 \times 30} \approx 4.762$.

由于 $4.762 > 3.841$, 故有 95% 的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异.

18. 解:

(1) 设 $\{a_n\}$ 的公差为 d .

由 $S_3 = -a_1$ 得 $a_1 + 4d = 0$.

由 $a_3 = 4$ 得 $a_1 + 2d = 4$.

于是 $a_1 = 8, d = -2$.

因此 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 10 - 2n$.

(2) 由 (1) 得 $d = -2$, 故 $a_n = (n-5)d, S_n = \frac{n(n-9)d}{2}$.

由 $a_n > 0$ 知 $d < 0$, 故 $S_n \geq a_n$ 等价于 $n^2 - 11n + 10 \leq 0$, 解得 $1 \leq n \leq 10$.

所以 n 的取值范围是 $\{n | 1 \leq n \leq 10, n \in \mathbb{N}\}$.

19. 解:

(1) 连结 BC, ME . 因为 M, E 分别为 BB_1, BC 的中点, 所以 $ME \parallel B_1C$, 且 $ME = \frac{1}{2}B_1C$. 又因为 N 为 A_1D 的中点, 所以 $ND = \frac{1}{2}A_1D$.

由题设知 $AB_1 \parallel DC$, 可得 $B_1C \parallel AD$, 故 $ME \parallel ND$, 因此四边形 $MNDE$ 为平行四边形, $MN \parallel ED$. 又 $MN \subset$ 平面 C_1DE , 所以 $MN \parallel$ 平面 C_1DE .

(2) 过 C 作 CE 的垂线, 垂足为 H .

由已知可得 $DE \perp BC, DE \perp C_1C$, 所以 $DE \perp$ 平面 C_1CE , 故 $DE \perp CH$.

从而 $CH \perp$ 平面 C_1DE , 故 CH 的长即为 C 到平面 C_1DE 的距离.

由已知可得 $CE = 1, C_1C = 4$, 所以 $C_1E = \sqrt{17}$, 故 $CH = \frac{4\sqrt{17}}{17}$. 从而点 C 到平面 C_1DE 的距离为 $\frac{4\sqrt{17}}{17}$.

20. 解:

(1) 设 $g(x) = f'(x)$, 则 $g(x) = \cos x + x \sin x - 1, g'(x) = x \cos x$.

当 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时, $g'(x) > 0$; 当 $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ 时, $g'(x) < 0$, 所以 $g(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 单调递增, 在 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 单调递减.

又 $g(0) = 0, g(\frac{\pi}{2}) > 0, g(\pi) = -2$, 故 $g(x)$ 在 $(0, \pi)$ 存在唯一零点.

所以 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 存在唯一零点.

(2) 由题设知 $f(x) \geq \alpha, f(\pi) = 0$, 可得 $\alpha \leq 0$.

由 (1) 知, $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 只有一个零点, 设为 x_0 , 且当 $x \in (0, x_0)$ 时, $f'(x) > 0$;

当 $x \in (x_0, \pi)$ 时, $f'(x) < 0$, 所以 $f(x)$ 在 $(0, x_0)$ 单调递增, 在 (x_0, π) 单调递减.

又 $f(0) = 0, f(\pi) = 0$, 所以, 当 $x \in [0, \pi]$ 时, $f(x) \geq 0$.

又当 $\alpha \leq 0, x \in [0, \pi]$ 时, $\alpha \leq 0$, 故 $f(x) \geq \alpha$.

因此, α 的取值范围是 $(-\infty, 0]$.

21. 解:

(1) 因为 $\odot M$ 过点 A, B , 所以圆心 M 在 AB 的垂直平分线上. 由已知 A 在直线 $x+y=0$ 上, 且 A, B 关于坐标原点 O 对称, 所以 M 在直线 $y=x$ 上. 故可设 $M(a, a)$. 因为 $\odot M$ 与直线 $x+2=0$ 相切, 所以 $\odot M$ 的半径为 $r=|a+2|$.

由已知得 $|AO|=2$, 又 $MO \perp AO$, 故可得 $2a^2+4=(a+2)^2$, 解得 $a=0$ 或 $a=4$. 故 $\odot M$ 的半径 $r=2$ 或 $r=6$.

(2) 存在定点 $P(1, 0)$, 使得 $|MA|-|MP|$ 为定值.

理由如下:

设 $M(x, y)$, 由已知得 $\odot M$ 的半径为 $r=|x+2|, |AO|=2$.

由于 $MO \perp AO$, 故可得 $x^2+y^2+4=(x+2)^2$, 化简得 M 的轨迹方程为 $y^2=4x$.

因为曲线 $C: y^2=4x$ 是以点 $P(1, 0)$ 为焦点, 以直线 $x=-1$ 为准线的抛物线, 所以 $|MP|=x+1$.

因为 $|MA|-|MP|=r-|MP|=x+2-(x+1)=1$, 所以存在满足条件的定点 P .

22. 解:

(1) 因为 $-1 < \frac{1-t^2}{1+t^2} \leq 1$, 且 $x^2 + (\frac{y}{2})^2 = \frac{1-t^2}{1+t^2} + \frac{4t^2}{(1+t^2)^2} = 1$, 所以 C 的直角坐标方程为 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1 (x \neq -1)$.

l 的直角坐标方程为 $2x + \sqrt{3}y + 11 = 0$.

(2) 由 (1) 可设 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = 2 \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数, $-\pi < \alpha < \pi$).

C 上的点到 l 的距离为

$$\frac{|2 \cos \alpha + 2\sqrt{3} \sin \alpha + 11|}{\sqrt{7}} = \frac{4 \cos(\alpha - \frac{\pi}{3}) + 11}{\sqrt{7}}$$

当 $\alpha = -\frac{2\pi}{3}$ 时, $4 \cos(\alpha - \frac{\pi}{3}) + 11$ 取得最小值 7, 故 C 上的点到 l 距离的最小值为 $\sqrt{7}$.

23. 解:

(1) 因为 $a^2 + b^2 \geq 2ab, b^2 + c^2 \geq 2bc, c^2 + a^2 \geq 2ac$, 又 $abc=1$, 故有

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca = \frac{ab+bc+ca}{abc} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

所以 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq a^2 + b^2 + c^2$.

(2) 因为 a, b, c 为正数且 $abc=1$, 故有

$$(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2 \geq 3[(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2]$$

$$= 3(a+b)(b+c)(c+a)$$

$$\geq 3 \times (2\sqrt{ab}) \times (2\sqrt{bc}) \times (2\sqrt{ac})$$

$$= 24.$$

所以 $(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2 \geq 24$.

绝密★启用前

2019年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项:

- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
- 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
- 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M = \{x | -4 < x < 2\}, N = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$, 则 $M \cap N =$

- A. $\{x | -4 < x < 3\}$ B. $\{x | -4 < x < -2\}$
C. $\{x | -2 < x < 2\}$ D. $\{x | 2 < x < 3\}$

2. 设复数 z 满足 $|z-i|=1$, z 在复平面内对应的点为 (x, y) , 则

- A. $(x+1)^2 + y^2 = 1$ B. $(x-1)^2 + y^2 = 1$
C. $x^2 + (y-1)^2 = 1$ D. $x^2 + (y+1)^2 = 1$

3. 已知 $a = \log_3 0.2, b = 2^{0.2}, c = 0.2^{0.3}$, 则

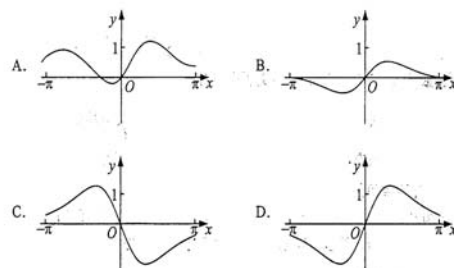
- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$

4. 古希腊时期, 人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2} (\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618)$, 称为黄金分割比例. 著名的“断臂维纳斯”便是如此. 此外, 最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. 若某人满足上述两个黄金分割比例, 且腿长为 105 cm, 头顶至脖子下端的长度为 26 cm, 则其身高可能是

- A. 165 cm B. 175 cm C. 185 cm D. 190 cm



5. 函数 $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x + x^2}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图像大致为



6. 我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化. 每一“重卦”由从下往上排列的 6 个爻组成, 爻分为阳爻“—”和阴爻“- -”, 右图就是一重卦. 在所有重卦中随机取一重卦, 则该重卦恰有 3 个阳爻的概率是

- A. $\frac{5}{16}$ B. $\frac{11}{32}$ C. $\frac{21}{32}$ D. $\frac{11}{16}$
7. 已知非零向量 a, b 满足 $|a|=2|b|$, 且 $(a-b) \perp b$, 则 a 与 b 的夹角为

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$



9. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $S_3 = 0, a_5 = 5$, 则

- A. $a_n = 2n - 5$ B. $a_n = 3n - 10$ C. $S_n = 2n^2 - 8n$ D. $S_n = \frac{1}{2}n^2 - 2n$

青岛理工大学琴岛学院

QIUQC Qingdao Technological University Qindao College

青岛理工大学琴岛学院是由青岛理工大学按新机制、新模式举办的规范化独立学院, 是经教育部批准设立的一所全日制普通本科高校. 学院设施齐全, 环境优美, 占地 1060 亩. 校舍建筑面积 40.4 万平方米, 图书资料 118 万余册, 电子图书 47 万余种. 教学仪器设备总值 1.69 亿元, 建有 68 个实验室和 18 个实训基地, 拥有全国领先的校园云计算平台, 实现校园网络无线全覆盖. 学院先后获得全国先进独立学院、山东省大学生创业教育示范院校、青岛市思想政治工作先进高校、青岛市花园式单位、2018 年度山东省最佳社会声誉高校等荣誉称号.

学院设有本科专业 37 个, 专科专业 21 个, 设土木工程系、建筑系、机电工程系、计算机工程系、艺术系、会计系、经贸系、外语系和国际交流中心, 在校生 16000 多人, 留学生 200 余人, 教职工 1100 余人, 其中专任

教师 860 余人, 主讲教师 90% 以上具有硕士 (博士) 学位和中级及以上职称.

学院建立完善的就业创业指导服务工作队伍和工作机制, 积极开展校地、校企合作, 建成校外教学与就业基地 359 个. 已培养毕业生 51000 余人, 毕业生以其定位准确、基础知识扎实、实践能力强等优势受到用人单位的青睐, 每年千余家用人单位来学院招聘. 毕业生就业率、考研率、专升本率等居全省普通高校前列. 累计 4000 余名专科生考取专升本, 2000 余名本科毕业生考取研究生, 其中 30 多人考取了博士研究生, 70 余名中外合作办学的学生考入澳大利亚国立大学等世界名校攻读硕士学位. 学院自 2016 年以来, 组织学生参加全国大学生英语竞赛、数学建模大赛、世界机器人大赛、三维数字化创新设计大赛等省级及以上各类学科竞赛三十余项, 获国家级奖项 413

项, 其中特等奖 1 项, 一等奖 44 项, 二等奖 123 项, 三等奖 191 项; 省部级奖项 232 项.

2019 年学院经教育部和山东省教育厅核准的国家统招计划 5640 人, 其中本科 3440 人 (含夏季高考 2355 人, 春季高考 285 人, 专升本 800 人), 专科 2200 人, 招生范围涉及全国 28 个省、自治区和直辖市. 招生批次包括: 普通本科文理、普通专科文理、艺术本科文理、艺术专科文理, 春季高考本专科, 中外合作办学文理, 专升本. 学院招生录取政策最大的亮点是制定了有利于学生成长成才的招生录取政策, 满足考生第一专业志愿, 按大类录取, 新生入校后在充分了解专业特点的基础上再选专业, 学生完全可以根据兴趣爱好, 自主选择专业或转专业. 除国家政策外, 学院对转专业不设任何门槛限制, 最大限度地提升学生专业满意度.

在山东省填报志愿代码 D378



欢迎广大考生报考!

地址: 青岛市城阳区铁骑山路 79 号
电话: 0532-8666668 86666718
网址: www.qdc.edu.cn