绝密★启用前

2019年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题参考答案

一、选择题

1. C　2. C　3. B　4. B　5. D　6. C

7. D　8. B　9. A　10. D　11. A　12. B

二、填空题

13. $y=3x$　14. $\frac{5}{8}$　15. -4　16. $\sqrt{2}$

三、解答题

17. 解：

（1）由调查数据，男顾客中对该商场服务满意的比率为$\frac{40}{50}=0.8$，因此男顾客对该商场服务满意的概率的估计值为0.8．

女顾客中对该商场服务满意的比率为$\frac{30}{50}=0.6$，因此女顾客对该商场服务满意的概率的估计值为0.6．

（2）$K^2=\frac{100\times(40\times20-30\times10)^2}{50\times50\times70\times30}\approx4.762$．

由于$4.762>3.841$，故有95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异．

18. 解：

（1）设$\{a_n\}$的公差为d．

由$S_9=-a_5$得$a_1+4d=0$．

由$a_3=4$得$a_1+2d=4$．

于是$a_1=8$，$d=-2$．

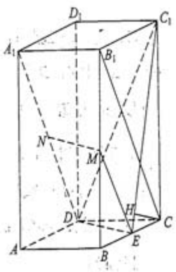
因此$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=10-2n$．

（2）由（1）得$a_1=-4d$，故$a_n=(n-5)d$，$S_n=\frac{n(n-9)d}{2}$．

由$a_1>0$知$d<0$，故$S_n\geqslant a_n$等价于$n^2-11n+10\leqslant0$，解得$1\leqslant n\leqslant10$．

所以n的取值范围是$\{n|1\leqslant n\leqslant10,n\in\mathbf{N}\}$．

19. 解：



（1）连结B_1C，ME．因为M，E分别为BB_1，BC的中点，所以$ME/\!/B_1C$，且$ME=\frac{1}{2}B_1C$．又因为N为A_1D的中点，所以$ND=\frac{1}{2}A_1D$．

由题设知$A_1B_1 \mathrel{\underline{/\!/}} DC$，可得$B_1C \mathrel{\underline{/\!/}} A_1D$，故$ME \mathrel{\underline{/\!/}} ND$，因此四边形$MNDE$为平行四边形，$MN/\!/ED$．又$MN\not\subset$平面$C_1DE$，所以$MN/\!/$平面$C_1DE$．

（2）过C作C_1E的垂线，垂足为H．

由已知可得$DE\perp BC$，$DE\perp C_1C$，所以$DE\perp$平面C_1CE，故$DE\perp CH$．

从而$CH\perp$平面C_1DE，故CH的长即为C到平面C_1DE的距离．

由已知可得$CE=1$，$C_1C=4$，所以$C_1E=\sqrt{17}$，故$CH=\frac{4\sqrt{17}}{17}$．从而点C到平面C_1DE的距离为$\frac{4\sqrt{17}}{17}$．

20. 解：

（1）设$g(x)=f'(x)$，则$g(x)=\cos x+x\sin x-1$，$g'(x)=x\cos x$．

当$x\in(0,\frac{\pi}{2})$时，$g'(x)>0$；当$x\in(\frac{\pi}{2},\pi)$时，$g'(x)<0$，所以$g(x)$在$(0,\frac{\pi}{2})$单调递增，在$(\frac{\pi}{2},\pi)$单调递减．

又$g(0)=0$，$g(\frac{\pi}{2})>0$，$g(\pi)=-2$，故$g(x)$在$(0,\pi)$存在唯一零点．

所以$f'(x)$在$(0,\pi)$存在唯一零点．

（2）由题设知$f(\pi)\geqslant a\pi$，$f(\pi)=0$，可得$a\leqslant0$．

由（1）知，$f'(x)$在$(0,\pi)$只有一个零点，设为x_0，且当$x\in(0,x_0)$时，$f'(x)>0$；当$x\in(x_0,\pi)$时，$f'(x)<0$，所以$f(x)$在$(0,x_0)$单调递增，在(x_0,π)单调递减．

又$f(0)=0$，$f(\pi)=0$，所以，当$x\in[0,\pi]$时，$f(x)\geqslant0$．

又当$a\leqslant0$，$x\in[0,\pi]$时，$ax\leqslant0$，故$f(x)\geqslant ax$．

因此，a的取值范围是$(-\infty,0]$．

21. 解：

（1）因为$\odot M$过点A，B，所以圆心M在AB的垂直平分线上．由已知A在直线$x+y=0$上，且A，B关于坐标原点O对称，所以M在直线$y=x$上，故可设$M(a,a)$．

因为$\odot M$与直线$x+2=0$相切，所以$\odot M$的半径为$r=|a+2|$．

由已知得$|AO|=2$，又$\overrightarrow{MO}\perp\overrightarrow{AO}$，故可得$2a^2+4=(a+2)^2$，解得$a=0$或$a=4$．

故$\odot M$的半径$r=2$或$r=6$．

（2）存在定点$P(1,0)$，使得$|MA|-|MP|$为定值．

理由如下：

设$M(x,y)$，由已知得$\odot M$的半径为$r=|x+2|$，$|AO|=2$．

由于$\overrightarrow{MO}\perp\overrightarrow{AO}$，故可得$x^2+y^2+4=(x+2)^2$，化简得$M$的轨迹方程为$y^2=4x$．

因为曲线C：$y^2=4x$是以点$P(1,0)$为焦点，以直线$x=-1$为准线的抛物线，所以$|MP|=x+1$．

因为$|MA|-|MP|=r-|MP|=x+2-(x+1)=1$，所以存在满足条件的定点$P$．

22. 解：

（1）因为$-1<\frac{1-t^2}{1+t^2}\leqslant1$，且$x^2+(\frac{y}{2})^2=(\frac{1-t^2}{1+t^2})^2+\frac{4t^2}{(1+t^2)^2}=1$，所以$C$的直角坐标方程为$x^2+\frac{y^2}{4}=1\ (x\neq-1)$．

l的直角坐标方程为$2x+\sqrt{3}y+11=0$．

（2）由（1）可设C的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\alpha,\\y=2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数，$-\pi<\alpha<\pi$）．

C上的点到l的距离为

$$\frac{|2\cos\alpha+2\sqrt{3}\sin\alpha+11|}{\sqrt{7}}=\frac{4\cos(\alpha-\frac{\pi}{3})+11}{\sqrt{7}}.$$

当$\alpha=-\frac{2\pi}{3}$时，$4\cos(\alpha-\frac{\pi}{3})+11$取得最小值7，故$C$上的点到$l$距离的最小值为$\sqrt{7}$．

23. 解：

（1）因为$a^2+b^2\geqslant2ab$，$b^2+c^2\geqslant2bc$，$c^2+a^2\geqslant2ac$，又$abc=1$，故有

$$a^2+b^2+c^2\geqslant ab+bc+ca=\frac{ab+bc+ca}{abc}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}.$$

所以$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\leqslant a^2+b^2+c^2$．

（2）因为a，b，c为正数且$abc=1$，故有

$$\begin{aligned}(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3&\geqslant3\sqrt[3]{(a+b)^3(b+c)^3(a+c)^3}\\&=3(a+b)(b+c)(a+c)\\&\geqslant3\times(2\sqrt{ab})\times(2\sqrt{bc})\times(2\sqrt{ac})\\&=24.\end{aligned}$$

所以$(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3\geqslant24$．

绝密★启用前

2019年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合$M=\{x|-4<x<2\}$，$N=\{x|x^2-x-6<0\}$，则$M\cap N=$

A. $\{x|-4<x<3\}$　B. $\{x|-4<x<-2\}$

C. $\{x|-2<x<2\}$　D. $\{x|2<x<3\}$

2. 设复数z满足$|z-\mathrm{i}|=1$，z在复平面内对应的点为(x,y)，则

A. $(x+1)^2+y^2=1$　B. $(x-1)^2+y^2=1$

C. $x^2+(y-1)^2=1$　D. $x^2+(y+1)^2=1$

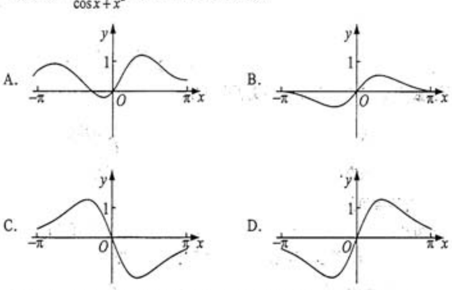
3. 已知$a=\log_2 0.2$，$b=2^{0.2}$，$c=0.2^{0.3}$，则

A. $a<b<c$　B. $a<c<b$　C. $c<a<b$　D. $b<c<a$

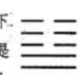
4. 古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$（$\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx0.618$，称为黄金分割比例），著名的“断臂维纳斯”便是如此．此外，最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$．若某人满足上述两个黄金分割比例，且腿长为105 cm，头顶至脖子下端的长度为26 cm，则其身高可能是

A. 165 cm　B. 175 cm　C. 185 cm　D. 190 cm

5. 函数$f(x)=\frac{\sin x+x}{\cos x+x^2}$在$[-\pi,\pi]$的图像大致为



6. 我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化．每一“重卦”由从下到上排列的6个爻组成，爻分为阳爻“——”和阴爻“– –”，右图就是一重卦．在所有重卦中随机取一重卦，则该重卦恰有3个阳爻的概率是

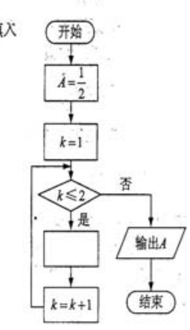


A. $\frac{5}{16}$　B. $\frac{11}{32}$　C. $\frac{21}{32}$　D. $\frac{11}{16}$

7. 已知非零向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，且$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为

A. $\frac{\pi}{6}$　B. $\frac{\pi}{3}$　C. $\frac{2\pi}{3}$　D. $\frac{5\pi}{6}$

8. 右图是求$\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}$的程序框图，图中空白框中应填入



A. $A=\frac{1}{2+A}$

B. $A=2+\frac{1}{A}$

C. $A=\frac{1}{1+2A}$

D. $A=1+\frac{1}{2A}$

9. 记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和．已知$S_4=0$，$a_5=5$，则

A. $a_n=2n-5$　B. $a_n=3n-10$　C. $S_n=2n^2-8n$　D. $S_n=\frac{1}{2}n^2-2n$