



其实中国人的数学，一直这么厉害

从国际奥数竞赛中国包揽金牌说到中国古代数学

□瑶华

算筹：演天地之数

在我国古代，数学通常被称为“算学”。算筹——形如筷子的小棍，是先人使用数千年的“计算器”，其运用法则蕴含着中国古代数学中基本的位值思想、表达形式和计算方法，影响不可谓不深远。尽管随着时间推移，算筹在元代以后逐渐淡出，但在它基础上衍生出的算盘和“苏州码”沿用至近现代。算筹又名算子、筹策，它究竟在何时出现已不可考。《易经》记载：“上古结绳而治。”可以看作一种最原始的记录事件兼计数方式，其他古文明中亦有应用。在此基础上，先民逐渐研制出更便于使用的计算工具。

《史记·历书》记载：“黄帝使羲和占日，常仪占月，史区占星气，伶伦造律吕，大桡作甲子，隶首作算数，容成综此六术而著《调历》。”虽然隶首为上古传说中的人物，但也可一窥“算数”历史之悠久，并且是为满足人民的实用需求而诞生的。

晋代人整理的《逸周书》中有“卑辞而不听，□财而无枝”之语，有研究者认为，“枝”指的是周代使用的算筹雏形。早期的算筹可能是使用取材方便的竹棒、树枝随意为之，“算”“筹”“策”等字都体现出它的质地。用来盛算筹的容器，叫做“中”，《周礼》中记载“凡射事，饰中，舍算”，后世有注“中，所以盛算也”，它很可能也是竹子制成的筒状容器。

在春秋时期，算筹的使用已经相当普遍，《论语》中有“斗筭之人，何足算也”，《老子》也提到“善计者不用筹策”。1954年，在湖南左家公山的楚国墓葬里出土了40根竹算筹，是目前已知最早的算筹实物。在《汉书·律历志》中，明确了它的制作规范：“其算，法用竹，径一分，长六寸，二百七十一枚而成六觚，为一握。”换算成今天常用的单位，就是直径约0.23厘米、长约13.8厘米的直棒，一套共271根，叫做“一握”，可以放在一个六边形的容器里。

古人常用的算筹除了竹制，亦有金属制、骨制、玉石制。横截面不仅有圆形，也有不易滚动的长方形。《晋书·王戎传》中，用“每自执牙筹，昼夜算计”描述王戎“积实聚钱”的勤奋程度。宋代《邵氏闻见后录》描写了略为灵异的一幕：“盗夜发咸阳原上古墓，有火光出，用剑击之，铿然以坠，视之，白玉帘也。岂至宝久埋藏欲飞去邪？既击碎之，有中官取以作算筹。”古人用帘，需能随意舒卷，因此白玉帘可能不是整片的白玉，而是由多条磨细的玉棒连缀而成，正适合做算筹。

古人为了携带方便，通常将算筹放在一个布袋里，挂在腰带上，这个布袋亦名“算袋”。旧唐书·舆服志》规定，“一品以下文官并带手巾算袋”。连海中的乌贼也因为外形略似有飘带的袋子，被古人认为“秦皇东游，弃算袋于海，化为此鱼”。

纵横布筹，算无遗策

算筹应当如何表达数字和做计算？或许有人会联想起一个经

在不久前落幕的第63届国际数学奥林匹克竞赛中，中国再一次拿出了“独孤求败”的战绩：中国队6名参赛队员并列第一，全员摘金，且全部满分。

在网友们“中国人数学都好的洗脑包又加深了”的祝贺和调侃中，我们不禁也想问：中国人的数学，为何这么强？难道这也是“自古以来”就如此？咱现在就来聊一聊中国古代的数学。



汉代的骨制算筹

典的笑话：老师教学生写字，讲“‘一’字画一横，‘二’字画两横，‘三’字画三横”，学生马上觉得自己都学会了。父亲让他给姓“万”的人写封信，他画了一天还没画完道道。

看上去像一根根小棍的算筹，要怎么表达数字呢？难道也像这个故事里的学生那样，表达数字“一”摆一根，数字“十”摆十根，数字“万”摆一万根吗？其实，古代的算筹记数依据是“位值制”记数法，即每个数字所表达的数值不仅取决于它本身，而取决于它在记数中所处的位置，这样就能够用较少的符号表达较大的数。算筹的位值制记数法建立在十进制基础上，即每满十数进位，相比于二十进制、六十进制，这种进位制的应用最广泛，我们今天使用的运算法则也是基于十进制的。

至迟在春秋时期，我国的十进制位值制已经成熟。《墨子·经下》中提到：“一少于二，而多于五，说在建。”意思是，如果一和二都位于个位，一比二小；但如果一位于十位及以上，它代表的数字就比位于个位的五大。

约成书于公元3世纪前的《孙子算经》记载了基本的算筹记数法则：“凡算之法，先识其位。一纵十横，百立千僵，千十相望，万百相当。”

“一纵十横，百立千僵”直观地说明了算筹采用的纵式和横式两种记数方法，个位用纵式，十位用横式，百位再用纵式……这样相邻数位纵横交替摆放，避免数位太多时发生混淆。从1到5的数字可以直接摆放对数目的算筹，如果要用算筹表达从6到9的数字，则不需要摆和数字一样多的根数，而是先摆一根代表5，再在和它垂直交叉的方向放上1到4根，就可以分别代表从6到9的数字。算筹中没有表达“零”的字符，用空位代替0。《夏侯阳算经》概括为“满六已上，五在上方，六不积算，五不单张”。

算筹摆位的时候，高位在左，低位在右，和现代的阿拉伯数字相同。如果要摆数字“71824”，并不需要摆71824根，只需要在个位摆4根，十位摆2根，百位摆8根，千位摆1根，万位摆7根就可以。因此，现代认为，“算筹系统是世界上唯一只用一个符号的组合，表

示任何十进制数字的系统”。

与之相比，其他古文明中的记数法则显得较为烦琐。比如，以古埃及的数字形式表达“3244”，需要写3个表达1000的文字、2个表达100的文字、4个表达10的文字和4个表达1的文字，并且外形各不相同。古希腊数字则是用不同的字母表达从1到9的数、10到90的十位数和从100到900的百位数，在书写数字时，将对应的字母写在一起，如写“241”就是将代表200的σ、代表40的μ和代表1的α三个字母并列。如果数字较大，则不利于计算和记录得数。

用算筹做加法、减法，是按照从左到右的顺序，从高位到低位逐位相加、相减，随着加减的结果及时摆出对应位上的算筹，也可以直接在被加或被减的数字上操作，把每位数的结果摆成新的。乘除法也类似，以乘法为例，古人的做法是“上下相乘，实居中央”，先把乘数和被乘数按上下位置摆好，按从左到右的顺序用上面的数的第一位乘下面数的每一位，把乘得的积摆在上下两数中间，然后去掉上面的数的第一位，把下面的数往右移动一位；再用上面数的第二位乘下面数的每一位，把结果和中间的乘积相加……这样以此类推，直到计算完成。做除法是将被除数放中排，除数放下排，商数放上排，余数放在最下一排，刘徽《九章算术注》中定义，在上的筹称“实”，在下的筹称为“法”。

如果用算筹做涉及负数的计算，可以将算筹涂上不同的颜色，宋代使用红色的算筹表示正数、黑色的表示负数；如果使用同色算筹，就在数字最后一位斜放一根，以示区分。做小数计算的话，要将小数部分和整数部分区分开，南宋秦九韶采用的方式是在个位数下记单位名称，比如要计算天数，就在个位数下面标一“日”字。元代刘瑾则将小数部分整体下移一格。做分数计算时，和现代的分数的表达形式一样上下摆放，《孙子算经》称在上的筹为“子”，在下的筹为“母”，这就是“分子”“分母”的由来。

算筹能够将每一步的计算结果清晰地表达出来，甚至连视力有障碍的人也能熟练运用它做计算，《梦溪笔谈》里记载了一位擅长算筹的盲人卫朴，“大乘除皆不

下照位，运筹如飞，人眼不能逐。人有故移其一算者，朴自上下下手循一遍，至移算处，则检正而去”。体现出中国传统数学解决问题的“机械化”特点，即每一步骤都具有固定程序。除了四则运算，算筹还可以用来做开方、开立方，解高次方程，四元方程等，自先秦至宋代的诸多领先当时世界的数学成就，都离不开算筹的助力。作为我国古代数学的基石，它在推演历法、修建工程、计算人口和赋税等方面都发挥了重要作用。

从算筹到算盘

算筹虽然计算迅速、表意清楚，但它仍然有使用不便之处，最大的问题在于用算筹做计算时，需要“铺摊子”，占地面积较大。自唐代以来，人们不再“席地而坐”，几案上要容纳大量的算筹并不容易。唐代尚书杨损有一次考查两个小吏的计算速度，“令俯阶筹之，且曰先达者胜”，就是在台阶上就地摆开算筹计算，说明要计算的数字较为复杂。如果算筹摆得较多，很容易受到外界干扰而弄乱，从而影响结果。

西岳华山有一处名为“芦花池”的景点，相传后魏道士寇谦之曾在这里修炼，“定天元五纪，其算有差，后成公与真人佯狂而来，假为货客误触算筹，其算乃合”，寇谦之便追随真人而去，剩下的算筹留在池边，变成了丛丛芦苇。唐代以后，随着商业的发展，民间对“便携式”计算工具的需求更为迫切。

关于算盘的起源时间，竟有自汉代到元代多种不同的说法，跨度约一千年。汉代《算术记遗》最早有“珠算，控带四时，经纬三

才”的记载，但没有说明珠算工具的形制。北周甄鸾注（一说该书为甄鸾伪托前人所作）：“刻板为三分，其上下二分以停游珠，中间一分以定算位。位各五珠，上一珠与下四珠色别。其上别色之珠当五。其下四珠，珠各当一。至下四珠所领，故云控带四时。其珠游于三方之中，故云经纬三才也。”从中可以看出，甄鸾所记载的运算工具，更像是将算筹直接替换成算珠，放在有刻度的专用板子上使用，还没有后来以柱穿珠、设置横梁的造型，但也可以认为是算盘的一种雏形。

在漫长的岁月中，算盘不断发生演变，最终固定为最适宜人们使用的形式。在艺术作品中最早出现的算盘来自宋代《清明上河图》，画中的“赵太丞家”药店柜台上，有一个长方形物体，隐约可见上面有15串珠子。能够形成佐证的是，明代程大位《直指算法统宗》中收录的算书名录中包括宋代《盘珠集》《走珠集》，从名称看，可能是介绍算盘使用方法的算书，但这两本书均已失传。宋代《南部新书》中记载，“近有钟离令王仁岫，善工算……但用诸法径门，取其简要，若类鼓珠之法”，学界认为“鼓珠”可能指的是算盘珠。另一方面，宋代的计算口诀进一步完善，如《梦溪笔谈》记录了“欲九除者增一，八除者增二”的“增乘法”，演变为“归除法”，在珠算中一直沿用。可以看出，宋代是算盘发展的一个重要转折阶段，这与宋代商业社会的繁荣必然相关。

元代陶宗仪的《南村辍耕录》中，将仆人比喻成“三珠”，成为流传一时的经典比喻：“凡纳婢仆，初来时曰搢盘珠，言不拨自动；稍久，曰算盘珠，言拨之则动；既久，曰佛顶珠，言终日凝然，虽拨亦不动。”可见在当时算盘已经是常见之物。明初《鲁班木经》中最早记载了算盘的规格：“一尺二寸长，四寸二分大。框六分厚，九分大，起碗底线。上二子，一寸一分；下五子，三寸一分。”随郑和下过三次西洋的通事马欢著有《瀛涯胜览》，其中介绍“古里国”（今印度南部喀拉拉邦科泽科德市）时写道：“彼之算法无算盘，但以两手并两脚十指计算。”也表明了算盘在明代的普及程度。

算盘出现以后，算筹仍然与之并行使用了一段时间。自明代至现代，算盘作为最主要的计算工具，在各行各业应用了五百多年，直到被电子计算器全面取代。今天，人们已经习惯使用电脑或电子计算器，算筹和算盘都成为了历史名词，但并没有彻底从我们的生活中消逝。

据“国家人文历史”公众号



各式各样的算盘。