



其实中国人的数学,一直这么厉害

从国际奥数竞赛中国包揽金牌说到中国古代数学

□瑶华

算筹:演天地之数

在我国古代,数学通常被称为“算学”。算筹——形如筷子的小棍,是先人使用数千年的“计算器”,其运用法则蕴含着中国古代数学中基本的位值思想、表达形式和计算方法,影响不可谓不深远。尽管随着时间推移,算筹在元代以后逐渐淡出,但在它基础上衍生出的算盘和“苏州码”沿用至近现代。

算筹又名算子、筹策,它究竟在何时出现已不可考。《易经》记载:“上古结绳而治。”可以看作一种最原始的记录事件兼计数方式,其他古文明中亦有应用。在此基础上,先民逐渐研制出更便于使用的计算工具。

《史记·历书》记载:“黄帝使羲和占日,常仪占月,臾区占星气,伶伦造律吕,大挠作甲子,隶首作算数,容成综此六术而著《调历》。”虽然隶首为上古传说中的人物,但也可一窥“算数”历史之悠久,并且是为满足人民的实用需求而诞生的。

晋代人整理的《逸周书》中有“卑辞而不听,□财而无枝”之语,有研究者认为,“枝”指的是周代使用的算筹维形。早期的算筹可能是使用取材方便的竹棒、树枝随意为之,“算”“筹”“策”等字都体现出它的质地。用来盛算筹的容器,叫做“中”,《周礼》中记载“凡射事,饰中,舍算”,后世有注“中,所以盛算也”,它很可能也是竹子制成的筒状容器。

在春秋时期,算筹的使用已经相当普遍,《论语》中有“斗筲之人,何足算也”,《老子》也提到“善计者不用筹策”。1954年,在湖南左家公山的楚国墓葬里出土了40根竹算筹,是目前已知最早的算筹实物。在《汉书·律历志》中,明确了它的制作规范:“其算,法用竹,径一分,长六寸,二百七十一枚而成六觚,为一握。”换算成今天常用的单位,就是直径约0.23厘米、长约13.8厘米的直棒,一套共271根,叫做“一握”,可以放在一个六边形的容器里。

古人常用的算筹除了竹制,亦有金属制、骨制、玉石制。横截面不仅有圆形,也有不易滚动的长方形。《晋书·王戎传》中,用“每自执牙筹,昼夜算计”描述王戎“积实聚钱”的勤奋程度。宋代《邵氏闻见后录》描写了略为灵异的一幕:“盜夜发咸阳原上古墓,有火光出,用剑击之,铿然以坠,视之,白玉帘也。岂至宝久埋藏欲飞去邪?既击碎之,有中官取以作算筹。”古人用帘,需能随意舒卷,因此白玉帘可能不是整片的白玉,而是由多条磨细的玉棒连缀而成,正适合做算筹。

古人为了携带方便,通常将算筹放在一个布袋里,挂在腰带上,这个布袋亦名“算袋”。《旧唐书·舆服志》规定,“一品以下文官并带手巾算袋”。连海中的鸟贼也被古人认为“秦皇东游,弃算袋于海,化为此鱼”。

纵横布筹,算无遗策

算筹应当如何表达数字和做计算?或许有人会联想起一个经

在不久前落幕的第63届国际数学奥林匹克竞赛中,中国再一次拿出了“独孤求败”的战绩:中国队6名参赛队员并列第一,全员摘金,且全部满分。

在网友们“中国人数学都好的洗脑包又加深了”的祝贺和调侃中,我们不禁也想问:中国人的数学,为何这么强?难道这也是“自古以来”就如此?咱现在就来聊一聊中国古代的数学。



汉代的骨制算筹

典的笑话:老师教学生写字,讲“‘一’字画一横,‘二’字画两横,‘三’字画三横”,学生马上觉得自己都学会了。父亲让他给姓“万”的人写封信,他画了一天还没画完道道。

看上去像一根根小棍的算筹,要怎么表达数字呢?难道也像这个故事里的学生那样,表达数字“一”摆一根,数字“十”摆十根,数字“万”摆一万根吗?其实,古代的算筹记数依据是“位值制”记数法,即每个数字所表达的数值不仅取决于它本身,而取决于它在记数中所处的位置,这样就能够用较少的符号表达较大的数。算筹的位值制记数法建立在十进制基础上,即每满十数进位,相比于二十进制、六十进制,这种进位制的应用最广泛,我们今天使用的运算法则也是基于十进制的。

至迟在春秋时期,我国的十进位值制已经成熟。《墨子·经下》中提到:“一少于二,而多于五,说在建。”意思是,如果一和二都位于个位,一比二小;但如果一位位于十位及以上,它代表的数字就比位于个位的五大。

约成书于公元3世纪前的《孙子算经》记载了基本的算筹记数法则:“凡算之法,先识其位。一纵十横,百立千僵,千十相望,万百相当。”

“一纵十横,百立千僵”直观地说明了算筹采用的纵式和横式两种记数方法,个位用纵式,十位用横式,百位再用纵式……这样相邻数位纵横交替摆放,避免数位太多时发生混淆。从1到5的数字可以直接摆放对数目的算筹,如果要用算筹表达从6到9的数字,则不需要摆和数字一样多的根数,而是先摆一根代表5,再在和它垂直交叉的方向放上1到4根,就可以分别代表从6到9的数字。算筹中没有表达“零”的字符,用空位代替0。《夏侯阳算经》概括为“满六已上,五在上方,六不积算,五不单张”。

算筹摆位的时候,高位在左,低位在右,和现代的阿拉伯数字相同。如果要摆数字“71824”,并不需要摆71824根,只需要在个位摆4根,十位摆2根,百位摆8根,千位摆1根,万位摆7根就可以。因此,现代认为,“算筹系统是世界上唯一只用一个符号的组合,表

示任何十进位数字的系统”。

与之相比,其他古文明中的记数法则显得较为繁琐。比如,以古埃及的数字形式表达“3244”,需要写3个表达1000的文字,2个表达100的文字,4个表达10的文字和4个表达1的文字,并且外形各不相同。古希腊数字则是用不同的字母表达从1到9的数,10到90的十位数和从100到900的百位数,在书写数字时,将对应的字母写在一起,如写“241”就是将代表200的σ、代表40的μ和代表1的α三个字母并列。如果数字较大,则不利于计算和记录得数。

用算筹做加法、减法,是按照从左到右的顺序,从高位到低位逐位相加、相减,随着加减的结果及时摆出对应位上的算筹,也可以直接在被加或被减的数字上操作,把每位数的结果摆成新的。乘除法也类似,以乘法为例,古人的做法是“上下相乘,实居中央”,先把乘数和被乘数按上下位置摆好,按从左到右的顺序用上面的数的第一位乘下面数的每一位,把乘得的积摆在上下两数中间,然后去掉上面的数的第一位,把下面的数往右移动一位;再用上面数的第二位乘下面数的每一位,把结果和中间的乘积相加……这样以此类推,直到计算完成。做除法是将被除数放中排,除数放下排,商数放上排,余数放在最下一排。刘徽《九章算术注》中定义,在上的筹称“实”,在下的筹称为“法”。

如果用算筹做涉及负数的计算,可以将算筹涂上不同的颜色,宋代使用红色的算筹表示正数、黑色的表示负数;如果使用同色算筹,就在数字最后一位斜放一根,以示区分。做小数计算的话,要将小数部分和整数部分区分开,南宋秦九韶采用的方式是在个位数下记单位名称,比如要计算天数,就在个位数下面标一个“日”字。元代刘瑾则将小数部分整体下移一格。做分数计算时,和现代的分数表达形式一样上下摆放,《孙子算经》称在上的筹为“子”,在下的筹为“母”,这就是“分子”“分母”的由来。

算筹能够将每一步的计算结果清晰地表达出来,甚至连视力有障碍的人也能熟练运用它做计算,《梦溪笔谈》里记载了一位擅长算筹的盲人卫朴,“大乘除皆不

才”的记载,但没有说明珠算工具的形制。北周甄鸾注(一说该书为甄鸾伪托前人所作):“刻板为三分,其上下二分以停游珠,中间一分以定算位。位各五珠,上一珠与下四珠色别。其上别色之珠当五。其下四珠,珠各当一。至下四珠所领,故云控带四时。其珠游于三方之中,故云经纬三才也。”从中可以看出,甄鸾所记载的运算工具,更像是将算筹直接替换成算珠,放在有刻度的专用板子上使用,还没有后来以柱穿珠、设置横梁的造型,但也可以认为是算盘的一种雏形。

在漫长的岁月中,算盘不断发生演变,最终固定为最适宜人们使用的形式。在艺术作品中最早出现的算盘来自宋代《清明上河图》,画中的“赵太丞家”药店柜台上,有一个长方形物体,隐约可见上面有15串珠子。能够形成佐证的是,明代程大位《直指算法统宗》中收录的算书名录中包括宋代《盘珠集》《走珠集》,从名称看,可能是介绍算盘使用方法的算书,但这两本书均已失传。宋代《南部新书》中记载,“近有钟离令王仁岫,善工算……但用诸法径门,取其摘要,若类鼓珠之法”,学界认为“鼓珠”可能指的是算盘珠。另一方面,宋代的计算口诀进一步完善,如《梦溪笔谈》记录了“欲九除者增一,八除者增二”的“增乘法”,演变为“归除法”,在珠算中一直沿用。可以看出,宋代是算盘发展的一个重要转折阶段,这与宋代商业社会的繁荣必然相关。

元代陶宗仪的《南村辍耕录》中,将仆人比喻成“三珠”,成为流传一时的经典比喻:“凡纳婢仆,初来时曰擂盘珠,言不拨自动;稍久,曰算盘珠,言拨之则动;既久,曰佛顶珠,言终日凝然,虽拨亦不动。”可见在当时算盘已经是常见之物。明初《鲁班木经》中最早记载了算盘的规格:“一尺二寸长,四寸二分大,框六分厚,九分大,起碗底线。上二子,一寸一分;下五子,三寸一分。”随郑和下过三次西洋的通事马欢著有《瀛涯胜览》,其中介绍“古里国”(今印度南部喀拉拉邦科泽科德市)时写道:“彼之算法无算盘,但以两手并两脚十指计算。”也表明了算盘在明代的普及程度。

算盘出现以后,算筹仍然与之并行使用了一段时间。自明代至现代,算盘作为最主要的计算工具,在各行各业应用了五百多年,直到被电子计算器全面取代。今天,人们已经习惯使用电脑或电子计算器,算筹和算盘都成为了历史名词,但并没有彻底从我们的生活里消逝。

据“国家人文历史”公众号

下照位,运筹如飞,人眼不能逐。人有故移其一算者,朴自上至下手循一遍,至移算处,则检正而去”。体现出中国传统数学解决问题的“机械化”特点,即每一步骤都具有固定程序。除了四则运算,算筹还可以用来做开方、开立方,解高次方程、四元方程等,自先秦至宋代的诸多领先当时世界的数学成就,都离不开算筹的助力。作为我国古代数学的基石,它在推演历法、修建工程、计算人口和赋税等方面都发挥了重要作用。

从算筹到算盘

算筹虽然计算迅速、表意清楚,但它仍然有使用不便之处,最大的问题在于用算筹做计算时,需要“铺摊子”,占地面积较大。自唐代以来,人们不再“席地而坐”,几案上要容纳大量的算筹并不容易。唐代尚书杨损有一次考查两个小吏的计算速度,“令俯阶筹之,且曰先达者胜”,就是在台阶上就地摆开算筹计算,说明要计算的数字较为复杂。如果算筹摆得较多,很容易受到外界干扰而弄乱,从而影响结果。

西岳华山有一处名为“芦花池”的景点,相传后魏道士寇谦之曾在这里修炼,“定天元五纪,其算有差,后成公与真人佯狂而来,假为货客误触算筹,其算乃合”,寇谦之便追随真人而去,剩下的算筹留在池边,变成了丛丛芦苇。唐代以后,随着商业的发展,民间对“便携式”计算工具的需求更为迫切。

关于算盘的起源时间,竟有自汉代到元代多种不同的说法,跨度约一千年。汉代《数术记遗》最早有“珠算,控带四时,经纬三



各式各样的算盘。