

(22)

(I) 解: 由 $f(x) = \frac{\ln x + k}{e^x}$,

得 $f'(x) = \frac{1 - kx - x \ln x}{x^2 e^x}, x \in (0, +\infty)$,

由于曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线与 x 轴平行,

所以 $f'(1) = 0$, 因此 $k = 1$.

(II) 解: 由 (I) 得 $f'(x) = \frac{1}{x^2}(1 - x - x \ln x), x \in (0, +\infty)$,

令 $h(x) = 1 - x - x \ln x, x \in (0, +\infty)$,

当 $x \in (0, 1)$ 时, $h(x) > 0$; 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $h(x) < 0$.

又 $e^x > 0$,

所以 $x \in (0, 1)$ 时, $f'(x) > 0$;

$x \in (1, +\infty)$ 时, $f'(x) < 0$.

因此 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0, 1)$, 单调递减区间为 $(1, +\infty)$.

(III) 证明: 因为 $g(x) = x f'(x)$,

所以 $g(x) = \frac{1}{e^x}(1 - x - x \ln x), x \in (0, +\infty)$.

由 (II) $h(x) = 1 - x - x \ln x$,

求得 $h'(x) = -\ln x - 2 = -(\ln x + \ln e^2)$,

所以 当 $x \in (0, e^2)$ 时, $h'(x) > 0$, 函数 $h(x)$ 单调递增;

当 $x \in (e^2, +\infty)$ 时, $h'(x) < 0$, 函数 $h(x)$ 单调递减.

所以 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $h(x) \leq h(e^2) = 1 + e^2$.

又 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $0 < \frac{1}{e^x} < 1$,

所以 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $\frac{1}{e^x} h(x) < 1 + e^2$, 即 $g(x) < 1 + e^2$.

综上所述结论成立.

2012年普通高等学校招生全国统一考试(山东卷)

理科数学试题参考答案

一、选择题

- (1) A (2) C (3) A (4) C (5) A (6) B (7) D (8) B (9) D (10) D (11) C (12) B

二、填空题

- (13) 2 (14) 1/6 (15) 4/9 (16) (2 - sin 2, 1 - cos 2)

三、解答题

(17)

解: (I) $f(x) = m \cdot n$

$= \sqrt{3} A \sin x \cos x + \frac{A}{2} \cos 2x$

$= A(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x)$

$= A \sin(2x + \frac{\pi}{6})$.

因为 $A > 0$, 由题意知 $A = 6$.

(II) 由 (I) $f(x) = 6 \sin(2x + \frac{\pi}{6})$.

将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位后得到

$y = 6 \sin[2(x + \frac{\pi}{12}) + \frac{\pi}{6}] = 6 \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象;

再将得到图象上各点横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变, 得到

$y = 6 \sin(4x + \frac{\pi}{3})$ 的图象.

因此 $g(x) = 6 \sin(4x + \frac{\pi}{3})$.

因为 $x \in [0, \frac{5\pi}{24}]$,

所以 $4x + \frac{\pi}{3} \in [\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}]$,

故 $g(x)$ 在 $[0, \frac{5\pi}{24}]$ 上的值域为 $[-3, 6]$.

(18)

(I) 证明: 因为四边形 $ABCD$ 是等腰梯形, $AB \parallel CD, \angle DAB = 60^\circ$,

所以 $\angle ADC = \angle BCD = 120^\circ$.

又 $CB = CD$,

所以 $\angle CDB = 30^\circ$,

因此 $\angle ADB = 90^\circ, AD \perp BD$,

又 $AE \perp BD$,

且 $AE \cap AD = A, AE, AD \subset$ 平面 AED ,

所以 $BD \perp$ 平面 AED .

(II) 解法一:

由 (I) 知 $AD \perp BD$, 所以 $AC \perp BC$. 又 $FC \perp$ 平面 $ABCD$,

因此 CA, CB, CF 两两垂直,

以 C 为坐标原点, 分别以 CA, CB, CF

所在的直线为 x 轴, y 轴, z 轴,

建立如图所示的空间直角坐标系,

不妨设 $CB = 1$,

则 $C(0, 0, 0), B(0, 1, 0), D(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0), F(0, 0, 1)$,

因此 $\overrightarrow{BD} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}, 0), \overrightarrow{BF} = (0, -1, 1)$.

设平面 BDF 的一个法向量为 $m = (x, y, z)$,

则 $m \cdot \overrightarrow{BD} = 0, m \cdot \overrightarrow{BF} = 0$,

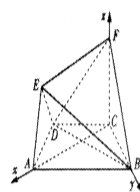
所以 $x = \sqrt{3}y = \sqrt{3}z$,

取 $z = 1$, 则 $m = (\sqrt{3}, 1, 1)$.

由于 $\overrightarrow{CF} = (0, 0, 1)$ 是平面 BDC 的一个法向量,

则 $\cos \langle m, \overrightarrow{CF} \rangle = \frac{m \cdot \overrightarrow{CF}}{|m| |\overrightarrow{CF}|} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$,

所以 二面角 $F - BD - C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.



2012高中毕业生留学绿色通道

北大直属校企

【教外综认字2012(420)】

北大青鸟国际教育快留学, 最快仅需36天直达海外名校! 0531-67895700

四大优势

申请过程快——最快仅需36天

在国外学习融入快——管家式实地服务全程跟踪, 安全、学习有保障

实地选高校速度快——实地考察之后再申请

毕业后理想就业快——选择名校, 前程无忧



海外教育中心实景 格林威尔



海外教育中心实景 密西西比



海外教育中心实景 南卡罗来纳州



海外教育中心实景 桑福德



海外教育中心实景 恩雅克



海外教育中心实景 格林威尔

烟台区域管理部: 0535-2106806 网址: www.ytpkuie.com

地址: 莱山区港城大街301号南山世纪大厦B座1302室

山东区域管理部: 0531-67895700 网址: www.sdpkuie.com

地址: 济南市历下区青年东路1号山东文教大厦北楼6层

淄博区域管理部: 0533-2870151 网址: www.zbpkuie.com

地址: 淄博市张店区柳泉路13号赢环商务大厦3012室



规划具有全球视野的下一代领袖

2012夏季国际教育展全国巡展济南站即将震撼登场

澳际教育2012年夏季国际教育展将于6月16日在济南隆重举行... 届时全球各大名校齐聚一堂, 为到场学子及家长现场发布最hot最权威的留学资讯...

此次参展院校种类齐全, 综合性大学、高等技术学院、大学预科、语言学校面面俱到... 在展会上, 学生可现场申请多所名校, 面试合格还能当场拿OFFER...

留学规划, 重在引索 名校对话交流为上

本届澳际夏季国际教育展请到来自美国、英国、加拿大、澳洲及欧亚等多所名校齐聚于此... 规划具有全球视野的下一代领袖, 力求针对不同的学生类别, 最大程度深入剖析、挖掘学生能力...

留学起点, 近在咫尺

澳际外教竭诚传授

作为本次教育展亮点之一, 澳际预科外教老师将现场授课, 为到场的学生及家长传授解答国内预科选择秘籍, 并且从语言能力、适应能力、学习目标、学习心理、文化对接及创造性等七大板块剖析国际预科的优越性...

留学程序, 并不复杂

王牌顾问现场指导

本次教育盛典现场请到澳际王牌团队为到场学子拆分留学申请过程中的要点, 深入浅出的表达, 解

码各国留学申请中的重点, 同时成功在线预约的学生和家长, 在现场可以获得澳际资深留学专家的一对一免费评估, 亲身体验澳际给您全方位一站式留学服务...

作为本次展会的看点之一, 丰富的讲座内容涵盖美国、英国、加拿大、澳洲、欧亚等地的热点话题, 其中包括: “换个思路择校选专业、未来职业发展大不同”...

留学生的生活, 乐享其中 海归学子梦想传递

留学, 是学子们梦想的起始点, 也是家长们辛劳的里程碑... 如何能够保证学子在海外的生活平稳过渡, 又如何能让家长在国内高枕无忧, 也是本次国际教育展的重点之一...

活动时间: 6月16日(周六)

14:00-18:00

活动地点: 山东济南市泉城路县西巷10号山东政协大厦维景大酒店

抢票热线: 0531-81913301