

(22)

解:(I) 由于 $c^2 = a^2 - b^2$, 将 $x = -c$ 代入椭圆方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$,

$$\text{得 } y = \pm \frac{b^2}{a},$$

$$\text{由题意知 } \frac{2b^2}{a} = 1,$$

$$\text{即 } a = 2b^2.$$

$$\text{又 } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{所以 } a = 2, b = 1.$$

$$\text{所以 椭圆 } C \text{ 的方程为 } \frac{x^2}{4} + y^2 = 1.$$

(II) 解法一:

$$\text{设 } P(x_0, y_0) (y_0 \neq 0).$$

$$\text{又 } F_1(-\sqrt{3}, 0), F_2(\sqrt{3}, 0),$$

所以直线 PF_1, PF_2 的方程分别为

$$l_{F_1}: y_0x - (x_0 + \sqrt{3})y + \sqrt{3}y_0 = 0,$$

$$l_{F_2}: y_0x - (x_0 - \sqrt{3})y - \sqrt{3}y_0 = 0.$$

$$\text{由题意知 } \frac{|my_0 + \sqrt{3}y_0|}{\sqrt{y_0^2 + (x_0 + \sqrt{3})^2}} = \frac{|my_0 - \sqrt{3}y_0|}{\sqrt{y_0^2 + (x_0 - \sqrt{3})^2}}.$$

由于点 P 在椭圆上,

$$\text{所以 } \frac{x_0^2}{4} + y_0^2 = 1.$$

$$\text{所以 } \frac{|m + \sqrt{3}|}{\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}x_0 + 2}^2} = \frac{|m - \sqrt{3}|}{\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}x_0 - 2}^2}.$$

因为 $-\sqrt{3} < m < \sqrt{3}, -2 < x_0 < 2$,

$$\text{可得 } \frac{m + \sqrt{3}}{\sqrt{3}x_0 + 2} = \frac{\sqrt{3} - m}{2 - \sqrt{3}x_0}.$$

$$\text{所以 } m = \frac{3}{4}x_0.$$

$$\text{因此 } -\frac{3}{2} < m < \frac{3}{2}.$$

—137—

解法二:

$$\text{设 } P(x_0, y_0).$$

当 $0 < x_0 < 2$ 时,

$$\text{① 当 } x_0 = \sqrt{3} \text{ 时, 直线 } PF_1 \text{ 的斜率不存在, 易知 } P(\sqrt{3}, \frac{1}{2}) \text{ 或 } P(\sqrt{3}, -\frac{1}{2}).$$

$$\text{若 } P(\sqrt{3}, \frac{1}{2}), \text{ 则直线 } PF_1 \text{ 的方程为 } x - 4\sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0.$$

$$\text{由题意得 } \frac{|m + \sqrt{3}|}{7} = \sqrt{3} - m,$$

$$\text{因为 } -\sqrt{3} < m < \sqrt{3},$$

$$\text{所以 } m = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{若 } P(\sqrt{3}, -\frac{1}{2}), \text{ 同理可得 } m = \frac{-3\sqrt{3}}{4}.$$

② 当 $x_0 \neq \sqrt{3}$ 时,

$$\text{设直线 } PF_1, PF_2 \text{ 的方程分别为 } y = k_1(x + \sqrt{3}), y = k_2(x - \sqrt{3}).$$

$$\text{由题意知 } \frac{|mk_1 + \sqrt{3}k_1|}{\sqrt{1+k_1^2}} = \frac{|mk_2 - \sqrt{3}k_2|}{\sqrt{1+k_2^2}},$$

$$\text{所以 } \frac{(m + \sqrt{3})^2}{(m - \sqrt{3})^2} = \frac{1 + \frac{1}{k_1^2}}{1 + \frac{1}{k_2^2}}.$$

$$\text{因为 } \frac{x_0^2}{4} + y_0^2 = 1,$$

$$\text{并且 } k_1 = \frac{y_0}{x_0 + \sqrt{3}}, k_2 = \frac{y_0}{x_0 - \sqrt{3}},$$

$$\text{所以 } \frac{(m + \sqrt{3})^2}{(m - \sqrt{3})^2} = \frac{4(x_0 + \sqrt{3})^2 + 4 - x_0^2}{4(x_0 - \sqrt{3})^2 + 4 - x_0^2}$$

$$= \frac{3x_0^2 + 8\sqrt{3}x_0 + 16}{3x_0^2 - 8\sqrt{3}x_0 + 16}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}x_0 + 4)^2}{(\sqrt{3}x_0 - 4)^2},$$

$$\text{即 } \frac{|m + \sqrt{3}|}{|m - \sqrt{3}|} = \frac{|\sqrt{3}x_0 + 4|}{|\sqrt{3}x_0 - 4|}.$$

因为 $-\sqrt{3} < m < \sqrt{3}, 0 < x_0 < 2$ 且 $x_0 \neq \sqrt{3}$,

—138—

$$\text{所以 } \frac{\sqrt{3} + m}{\sqrt{3} - m} = \frac{4 + \sqrt{3}x_0}{4 - \sqrt{3}x_0}.$$

$$\text{整理得 } m = \frac{3x_0}{4},$$

$$\text{故 } 0 < m < \frac{3}{2} \text{ 且 } m \neq \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{综合①②可得 } 0 < m < \frac{3}{2}.$$

当 $-2 < x_0 < 0$ 时 同理可得 $-\frac{3}{2} < m < 0$.综上所述, m 的取值范围是 $(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$.(III) 设 $P(x_0, y_0) (y_0 \neq 0)$, 则直线 l 的方程为 $y - y_0 = k(x - x_0)$.

$$\text{联立 } \begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, \\ y - y_0 = k(x - x_0), \end{cases}$$

$$\text{整理得 } (1 + 4k^2)x^2 + 8(ky_0 - k^2x_0)x + 4(y_0^2 - 2kx_0y_0 + k^2x_0^2 - 1) = 0.$$

由题意 $\Delta = 0$,

$$\text{即 } (4 - x_0^2)k^2 + 2x_0y_0k + 1 - y_0^2 = 0.$$

$$\text{又 } \frac{x^2}{4} + y^2 = 1,$$

$$\text{所以 } 16y_0^2k^2 + 8x_0y_0k + x_0^2 = 0,$$

$$\text{故 } k = -\frac{x_0}{4y_0}.$$

$$\text{由 (II) 知 } \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{x_0 + \sqrt{3}}{y_0} + \frac{x_0 - \sqrt{3}}{y_0} = \frac{2x_0}{y_0},$$

$$\text{所以 } \frac{1}{kk_1} + \frac{1}{kk_2} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) = \left(-\frac{4y_0}{x_0} \right) \cdot \frac{2x_0}{y_0} = -8,$$

因此 $\frac{1}{kk_1} + \frac{1}{kk_2}$ 为定值, 这个定值为 -8 .

—139—

2013 年普通高等学校招生全国统一考试(山东卷)

英语试题参考答案

第 I 卷

第一、二、三部分

1.A	2.C	3.A	4.C	5.B	6.C	7.B	8.A	9.B	10.A
11.B	12.A	13.C	14.A	15.A	16.B	17.C	18.B	19.C	20.C
21.A	22.B	23.C	24.B	25.A	26.D	27.C	28.B	29.C	30.D
31.A	32.B	33.A	34.D	35.C	36.B	37.C	38.D	39.C	40.A
41.B	42.C	43.B	44.D	45.C	46.A	47.A	48.B	49.C	50.D
51.B	52.C	53.A	54.D	55.B	56.A	57.D	58.D	59.B	60.C
61.D	62.B	63.A	64.B	65.A	66.C	67.A	68.B	69.D	70.C
71.C	72.D	73.A	74.B	75.B					

第 II 卷

第四部分

第一节:

参考答案:

76. Getty was a self-made millionaire./Getty became rich through his own efforts.

77. did not buy happiness for Getty

78. Although he was very rich, Getty hated to spend money.

79. They took Getty's grandson and asked for money.

80. Getty made a great contribution to the art world./Getty had another side.

第二节:

(略)

—140—



山东大学
SHANDONG UNIVERSITY

入学选拔考试

德国公立大学入学考试

入学条件: 高二学生、高中毕业生

招生院校: 亚琛应用科学大学、杜伊斯堡-埃森大学等德国多所精英大学

考试科目: 英语笔试、数学笔试、英语口语

考试时间: 7月6日

政府项目: 山东大学山东省内入学考试考点: 先需经济担保、英语基础; 通过考试的学生将于今年十月奔赴德国留学。

考试具体时间请关注网站公告! 报名电话: 0531-88363386 88363913 88362488 88362455 地址: 济南市山大南路27号山东大学中心校区明德楼(办公楼)A155室 网址: 山东大学官方网站 www.sdu.edu.cn → 招生就业栏 → 阳光留学教育基地或直接点击 www.edix.sdu.edu.cn

韩国名校选拔考试

入学条件: 高二学生、高中毕业生

招生院校: 高丽大学、延世大学、汉阳大学、淑明大学、中央大学、成均馆大学等

考试科目: 韩国大学教授面试

考试时间: 6月22日

所有合作院校均为山大友好学校; 全外教授课。

西班牙公立大学升学选拔考试

入学条件: 高中毕业生

招生院校: 公立马德里多摩普莱斯大学、公立巴塞罗那自治大学、公立马德里理工大学、公立马德里政治大学等

考试科目: 面试

考试时间: 6月15日

基于中西两校大学校长签署合作协议而开课; 稀缺语言专业, 全国每年毕业人数不到3000人。

香港名校招生考试

入学条件: 高二优秀学生、高中毕业生

招生院校: 香港大学、香港城市大学、香港理工大学、香港浸会大学、香港教育学院等

学习模式: 山大1年+港校1年+港校2年

考试科目: 英语笔试、面试

考试时间: 6月15日

教育协议: 可学历; 全球顶尖名校; 高性价比留学; 与内地交通便利; 升学成功率高。

0基础学高端电脑技术!
入学签订就业协议 拿名牌大学文凭



学软件



学网络



学动漫



学设计

山东新华电脑学院
SHANDONG XINHUA COMPUTER COLLEGE

中国人社部“国家新职业技能人才培训项目”

中国电脑教育第一品牌

山东省最大的IT学院

成才热线 0531-88068807

企业QQ 8008008900