

(20)

解: (I) 函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$.

$$f'(x) = \frac{x^3 e^x - 2x e^x}{x^4} - k \left(-\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} \right)$$

$$= \frac{x e^x - 2e^x}{x^3} - \frac{k(x-2)}{x^2}$$

$$= \frac{(x-2)(e^x - kx)}{x^3}$$

由 $k \leq 0$ 可得 $e^x - kx > 0$,
 所以 当 $x \in (0, 2)$ 时, $f'(x) < 0$, 函数 $y=f(x)$ 单调递减,
 当 $x \in (2, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$, 函数 $y=f(x)$ 单调递增.
 所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(0, 2)$, 单调递增区间为 $(2, +\infty)$.

(II) 由 (I) 知, $k \leq 0$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 内单调递减,

故 $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 内不存在极值点;
 当 $k > 0$ 时, 设函数 $g(x) = e^x - kx, x \in [0, +\infty)$.
 因为 $g'(x) = e^x - k = e^x - e^{\ln k}$,
 当 $0 < k \leq 1$ 时,
 当 $x \in (0, 2)$ 时, $g'(x) = e^x - k > 0, y=g(x)$ 单调递增.
 故 $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 内不存在两个极值点;
 当 $k > 1$ 时,
 得 $x \in (0, \ln k)$ 时, $g'(x) < 0$, 函数 $y=g(x)$ 单调递减,
 $x \in (\ln k, +\infty)$ 时, $g'(x) > 0$, 函数 $y=g(x)$ 单调递增.
 所以 函数 $y=g(x)$ 的最小值为 $g(\ln k) = k(1 - \ln k)$.
 函数 $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 内存在两个极值点

当且仅当 $\begin{cases} g(0) > 0, \\ g(\ln k) < 0, \\ g(2) > 0, \\ 0 < \ln k < 2, \end{cases}$

解得 $e < k < \frac{e^2}{2}$.

综上所述,

函数 $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 内存在两个极值点时, k 的取值范围为 $(e, \frac{e^2}{2})$.

(21)

解: (I) 由题意知 $F(\frac{p}{2}, 0)$.

设 $D(t, 0) (t > 0)$, 则 FD 的中点为 $(\frac{p+2t}{4}, 0)$.

因为 $|FA| = |FD|$,

由抛物线的定义知 $3 + \frac{p}{2} = |t - \frac{p}{2}|$,

解得 $t = 3 + p$ 或 $t = -3$ (舍去).

由 $\frac{p+2t}{4} = 3$, 解得 $p = 2$.

所以 抛物线 C 的方程为 $y^2 = 4x$.

(II) (i) 由 (I) 知 $F(1, 0)$.

设 $A(x_0, y_0) (x_0 y_0 \neq 0), D(x_D, 0) (x_D > 0)$,

因为 $|FA| = |FD|$, 则 $|x_D - 1| = x_0 + 1$,

由 $x_D > 0$ 得 $x_D = x_0 + 2$, 故 $D(x_0 + 2, 0)$.

故 直线 AB 的斜率 $k_{AB} = -\frac{y_0}{2}$.

因为 直线 l 和直线 AB 平行,

设 直线 l 的方程为 $y = -\frac{y_0}{2}x + b$,

代入 抛物线方程得 $y^2 + \frac{8}{y_0}y - \frac{8b}{y_0} = 0$,

由 题意 $\Delta = \frac{64}{y_0^2} + \frac{32b}{y_0} = 0$, 得 $b = -\frac{2}{y_0}$.

设 $E(x_E, y_E)$, 则 $y_E = -\frac{4}{y_0}, x_E = \frac{4}{y_0^2}$.

当 $y_0^2 \neq 4$ 时, $k_{AE} = \frac{y_E - y_0}{x_E - x_0} = -\frac{\frac{4}{y_0} + y_0}{\frac{4}{y_0^2} - \frac{y_0^2}{4}} = \frac{4y_0}{y_0^2 - 4}$,

可得 直线 AE 的方程为 $y - y_0 = \frac{4y_0}{y_0^2 - 4}(x - x_0)$,

由 $y_0^2 = 4x_0$,

整理可得 $y = \frac{4y_0}{y_0^2 - 4}(x - 1)$,

直线 AE 恒过点 $F(1, 0)$.

当 $y_0^2 = 4$ 时, 直线 AE 的方程为 $x = 1$, 过点 $F(1, 0)$.

所以 直线 AE 过定点 $F(1, 0)$.

(ii) 由 (i) 知 直线 AE 过焦点 $F(1, 0)$,

所以 $|AE| = |AF| + |FE| = (x_0 + 1) + (\frac{1}{x_0} + 1) = x_0 + \frac{1}{x_0} + 2$.

设 直线 AE 的方程为 $x = my + 1$,

因为 点 $A(x_0, y_0)$ 在直线 AE 上,

故 $m = \frac{x_0 - 1}{y_0}$.

设 $B(x_1, y_1)$.

直线 AB 的方程为 $y - y_0 = -\frac{y_0}{2}(x - x_0)$,

由于 $y_0 \neq 0$,

可得 $x = -\frac{2}{y_0}y + 2 + x_0$,

代入 抛物线方程得 $y^2 + \frac{8}{y_0}y - 8 - 4x_0 = 0$.

所以 $y_0 + y_1 = -\frac{8}{y_0}$,

可求得 $y_1 = -y_0 - \frac{8}{y_0}, x_1 = \frac{4}{x_0} + x_0 + 4$.

所以 点 B 到直线 AE 的距离为

$$d = \frac{|\frac{4}{x_0} + x_0 + 4 + m(y_0 + \frac{8}{y_0}) - 1|}{\sqrt{1 + m^2}}$$

$$= \frac{4(x_0 + 1)}{\sqrt{x_0}}$$

$$= 4(\sqrt{x_0} + \frac{1}{\sqrt{x_0}})$$

则 $\triangle ABE$ 的面积 $S = \frac{1}{2} \times 4(\sqrt{x_0} + \frac{1}{\sqrt{x_0}})(x_0 + \frac{1}{x_0} + 2) \geq 16$.

当且仅当 $\frac{1}{x_0} = x_0$ 即 $x_0 = 1$ 时等号成立.

所以 $\triangle ABE$ 的面积的最小值为 16.



山东大学 GSP
Guaner Study Program

山东大学加拿大高等教育基础部


携手百年名校 稳步锦绣前程

始于2001年
1700名学生
100%被加拿大公立大学录取
56%进入世界500强大学

山东大学直属中外合作办学项目

★ GSP将于近期召开招生说明会 详情请及时关注网站 www.gsp.sdu.edu.cn

地址: 山东大学软件园校区办公楼309室
济南市高新技术开发区舜华路1500号 (齐鲁软件园南200米)
电话: 0531-88878319 88391808 88391818
网址: www.gsp.sdu.edu.cn



济南市明尔教育培训学校

● **高二升高三暑期寄宿制衔接班同时报名中!**
 高考复读部咨询热线: 0531-86182139 (山师内线) 81693599 15863169615 (蔡主任)

◆ **个性化辅导部:** 特设初、高中各科: “菜单式” 小班 / 因材施教 1对1 (补差培优, 针对性强, 提升效果好, 首次课免费试听, 不满意不收费)
 山师校区: 0531-67899139 燕山校区: 0531-67892225

◆ **国际教学部:** 雅思、托福定制课程 美、加、英留学/游学
 独家办理赴世界名校英国哈罗罗公学校语言学习课程 (18周岁以下, 全省首期仅限6人)
 咨询电话: 0531-86182139 (山师内线) 82601255

◆ **自主招生教学中心:** 培训课程: 理科【数学+物理】 文科【数学+语文】。
 特设班次: 2015年“华约”、“北约”、“卓越”重点高校自主招生、保送生暑期强化班、国庆特训班、元旦飞跃班、寒假冲刺特训班。
 咨询电话: 0531-86182139 (山师内线) 82601255 400-0507-579

学校因发展需要, 现面向全省招聘高中各学科特、高级教师, 优秀班主任数名。

明尔教育网址: <http://www.gezhiedu.cn>

济南市明尔教育培训学校是一所全日制民办高考补习学校。学校自开办高考补习以来, 连续多年学校招生人数、本科过线率、国家“985”、“211”重点名校录取率均在同类学校中名列前茅。

学校实行教师岗位目标责任制, 专职班主任24小时严格管理, 生活老师贴心服务的“三位一体”管理模式。学校现设有“高考教学研究中心”, 九个学科教研室, 由特、高级教师执教, 实施“小班化教学”、“四清教学法”。正式开学一周内均为试听课, 学校对一本线上考生不收取任何费用, 欢迎广大家长和同学到校参观咨询。

班级类型: 重点高校冲刺班 十人VIP小班 (创新实验班)
 十五人精品小班 (高考冲刺班) 三十人普通班 (高考集训班)

报名条件:

1、高考复读生须交验2014年高考准考证、成绩单、身份证、近期1寸彩色照片4张。
 (2014年高考成绩400分以上者, 因身体、涂卡、心态等因素平时月考成绩在450分以上, 高考成绩没有达到400分者, 须经学校面试。)

2、新高三借读学生, 要求品学兼优有上进心, 报名携带身份证、近期1寸彩色照片4张。