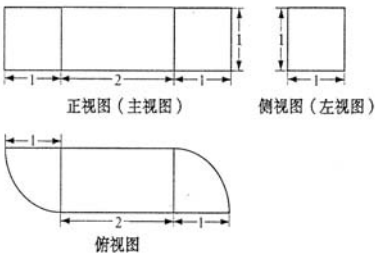


第 II 卷 (共 100 分)

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

(11) 已知 $(1+3x)^n$ 的展开式中含有 x^2 项的系数是 54, 则 $n=$ _____.

(12) 已知 e_1, e_2 是互相垂直的单位向量. 若 $\sqrt{3}e_1 - e_2$ 与 $e_1 + \lambda e_2$ 的夹角为 60° , 则实数 λ 的值是 _____.



(13) 由一个长方体和两个 $\frac{1}{4}$ 圆柱体构成的几何体的三视图如右图, 则该几何体的体积为 _____.

(14) 在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右支与焦点为 F 的抛物线 $x^2 = 2py (p > 0)$ 交于 A, B 两点. 若 $|AF| + |BF| = 4|OF|$, 则该双曲线的渐近线方程为 _____.

(15) 若函数 $e^x f(x)$ ($e=2.71828\cdots$ 是自然对数的底数) 在 $f(x)$ 的定义域上单调递增, 则称函数 $f(x)$ 具有 M 性质. 下列函数中所有具有 M 性质的函数的序号为 _____.

① $f(x) = 2^{-x}$ ② $f(x) = 3^{-x}$ ③ $f(x) = x^3$ ④ $f(x) = x^2 + 2$

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分.

(16) (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{6}) + \sin(\omega x - \frac{\pi}{2})$, 其中 $0 < \omega < 3$. 已知 $f(\frac{\pi}{6}) = 0$.

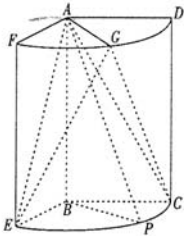
- (I) 求 ω ;
- (II) 将函数 $y=f(x)$ 的图象上各点的横坐标伸长为原来的 2 倍(纵坐标不变), 再将得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 得到函数 $y=g(x)$ 的图象, 求 $g(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ 上的最小值.

(17) (本小题满分 12 分)

如图, 几何体是圆柱的一部分, 它是由矩形 $ABCD$ (及其内部) 以 AB 边所在直线为旋转轴旋转 120° 得到的, G 是 \widehat{DF} 的中点.

(I) 设 P 是 \widehat{CE} 上的一点, 且 $AP \perp BE$, 求 $\angle CBP$ 的大小;

(II) 当 $AB=3, AD=2$ 时, 求二面角 $E-AG-C$ 的大小.



(18) (本小题满分 12 分)

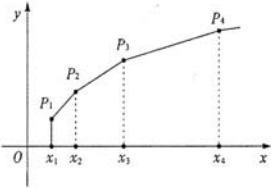
在心理学研究中, 常采用对比试验的方法评价不同心理暗示对人的影响, 具体方法如下: 将参加试验的志愿者随机分成两组, 一组接受甲种心理暗示, 另一组接受乙种心理暗示, 通过对比这两组志愿者接受心理暗示后的结果来评价两种心理暗示的作用. 现有 6 名男志愿者 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 和 4 名女志愿者 B_1, B_2, B_3, B_4 , 从中随机抽取 5 人接受甲种心理暗示, 另 5 人接受乙种心理暗示.

- (I) 求接受甲种心理暗示的志愿者中包含 A_1 但不包含 B_1 的概率;
- (II) 用 X 表示接受乙种心理暗示的女志愿者人数, 求 X 的分布列与数学期望 EX .

(19) (本小题满分 12 分)

已知 $\{x_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, 且 $x_1 + x_2 = 3, x_3 - x_2 = 2$.

- (I) 求数列 $\{x_n\}$ 的通项公式;
- (II) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 依次连接点 $P_1(x_1, 1), P_2(x_2, 2), \dots, P_{n+1}(x_{n+1}, n+1)$ 得到折线 $P_1P_2 \cdots P_{n+1}$, 求由该折线与直线 $y=0, x=x_1, x=x_{n+1}$ 所围成的区域的面积 T_n .



(20) (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = x^2 + 2\cos x, g(x) = e^x(\cos x - \sin x + 2x - 2)$, 其中 $e=2.71828\cdots$ 是自然对数的底数.

- (I) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(\pi, f(\pi))$ 处的切线方程;
- (II) 令 $h(x) = g(x) - af(x) (a \in \mathbb{R})$, 讨论 $h(x)$ 的单调性并判断有无极值, 有极值时求出极值.

(21) (本小题满分 14 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 焦距为 2.

- (I) 求椭圆 E 的方程;
- (II) 如图, 动直线 $l: y = k_1x - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 交椭圆 E 于 A, B 两点, C 是椭圆 E 上一点, 直线 OC 的斜率为 k_2 , 且 $k_1k_2 = \frac{\sqrt{2}}{4}$. M 是线段 OC 延长线上一点, 且 $|MC| : |AB| = 2 : 3$, $\odot M$ 的半径为 $|MC|$, OS, OT 是 $\odot M$ 的两条切线, 切点分别为 S, T . 求 $\angle SOT$ 的最大值, 并求取得最大值时直线 l 的斜率.

